

公共経済学（第12回）

担当 橋本 悟

（復習）成長会計：経済成長の源泉を学習する

1. マクロ生産関数

経済成長理論では一次同次のマクロ生産関数を用いて分析を行う。

マクロ生産関数：国民所得 Y を資本 K と労働 L で表した関数

一般に、国民所得（経済活動）は資本量と労働量（企業が生産を行う際の要素）に依存するからこのように定式化する。また、一次同次とは、規模に対して収穫一定のことである。つまり、 K と L を2倍にしたとき、生産量も2倍になることを意味する。

（マクロ生産関数をコブ＝ダグラス型で定義する）

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad (\text{または } Y = e^{m^t} K^\alpha L^{1-\alpha})$$

2. 成長会計（経済成長率の源泉を求める）

マクロ生産関数を対数微分して経済成長率を求める。

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

自然対数をとる $\log Y = \log A K^\alpha L^{1-\alpha}$ ←両辺に \log をつければよい

（変形する） $\log Y = \log A + \alpha \log K + (1-\alpha) \log L$

対数では、 \log 内の（掛け算は、足し算）
（割り算は、引き算）に変形できる。

$$\log Y = \log A + \alpha \log K + (1-\alpha) \log L$$

対数では、 \log 内の指数は、掛け算に変形できる。

時間について微分する（対数微分）

対数 $\log X$ を時間で微分すると、 $\frac{\Delta X}{X}$ になる（時間微分は $\frac{\dot{X}}{X}$ と表すことが多い）。

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + \alpha \cdot \frac{\Delta K}{K} + (1-\alpha) \frac{\Delta L}{L}$$

$\frac{\Delta A}{A}$: 技術進歩率（全要素生産性成長率）、 $\frac{\Delta K}{K}$: 資本成長率、 $\frac{\Delta L}{L}$: 労働人口増加率

経済成長論（投資は加速度原理に基づく）

保証成長率（ G_w ）

その国の資本（設備）を完全に利用したときに達成される成長率

$$G_w = \frac{s}{v} \quad (s : \text{貯蓄率}, v : \text{資本係数}, K = vY \text{で定義})$$

その国で投資が行われている限り、その国の資本が増加する。しかし資本が増加したときに、その国の国民所得が増加しなければ、投資の増加分だけ遊休資本（使われない資本）が発生する。したがって遊休資本が生じないようにするには、国民所得が大きくなっていかなければならない。増加した資本をすべて使うために必要な国民所得の増加率を保証成長率という。

自然成長率（ G_n ）

その国の完全雇用を維持するときの成長率

$$G_n = n + \lambda \quad (n : \text{労働人口増加率}, \lambda : \text{技術進歩率})$$

その国で人口が増加している限り、労働者が増加することになる。しかし国民所得が増加しなければ、増加した労働者は失業することになる。したがって増加した労働者を完全に雇用するためには、国民所得が増加しなければならぬ。完全に雇用するのに必要な国民所得の増加率を自然成長率という。

現実の成長率（ G ）

その国で実際に達成されている成長率

経済理論による検討

3つの成長率が等しくなる均斉成長がマーケット・メカニズムで実現するかどうか？

(1) ハロッド=ドーマー理論では、3つは等しくならない。つまり、政府による経済的な政策を必要とする。

(ハロッド=ドーマー理論では、資本と労働の代替を仮定しないため)

望ましい最適成長条件（均斉成長）は、 $G_w = G_n = G$ である。

例 $3\% > 2\% = 2\%$ ($G_w > G_n = G$) → 使われない資本が1%発生する。

$1\% < 3\% = 3\%$ ($G_w < G_n = G$) → 経済成長の過程で資本が2%不足する。

↓

ハロッド=ドーマーの理論では、モデルの前提として、資本 K と労働 L が固定的で代替不可能な生産関数と固定的な資本係数 v を仮定するため、均斉成長はマーケットのメカニズムでは達成できないと考える。

(2) 新古典派成長理論では、3つはマーケット・メカニズムを通じて等しくなるとする。

(新古典派成長理論では、資本と労働の代替を仮定するため)

(1) ハロッド=ドーマーの成長論 (ケインズ派)

(前提)

固定的な資本係数を定義 (v は一定) → $K=vY$ で資本係数を定義し、その v は一定とする

資本 K と労働 L の代替が不可能になる。生産関数が固定的になる ($Y = \frac{K}{v}$)

マクロ生産関数をレオンチェフ型で定義する。

(レオンチェフ型生産関数では資本 K と労働 L は代替が不可能になる)

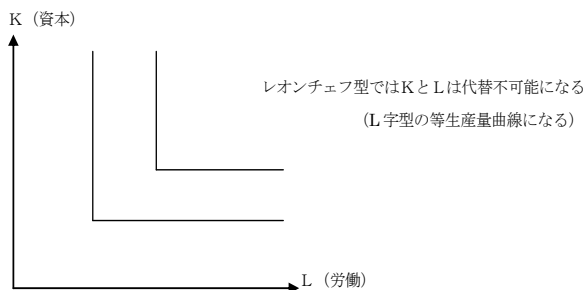


図 レオンチェフ型生産関数

(結果)

$Gw=Gn=G$ がマーケットのメカニズムを通じて一致することはなく、資本主義の経済成長は不安定になる (不安定性原理)。

不安定性原理

なぜ $Gw=Gn=G$ がマーケットのメカニズムで成立しないかを考える。

(前提) ハロッド=ドーマーの前提から言える 2つの前提

- ① $K = vY$ より、国民所得を増加させようとする K を増加させなければならない。
- ② K を増加させるには投資 (I) を行わなければならない。その投資は乗数効果を通じて国民所得を乗数倍だけ増加させる。

1. $Gw > Gn = G$ のとき (不況で資本の増加のほうが多くなっている。資本が余っている)

資本 (K) が多すぎる → 投資を減らそうとする → 乗数効果 →

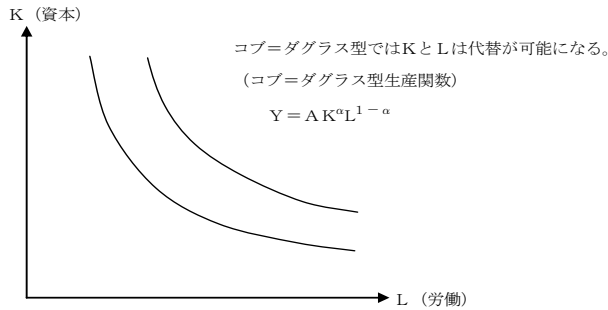
国民所得がさらに減少する → さらに投資を減らそうとする → (この繰り返し)

(不況で資本が多すぎるので、資本を減らそうとして投資を減らすと、ますます不況になる)

(2) 新古典派経済成長理論：ロバート＝ソロー

1. 新古典派成長論の前提

マクロ生産関数を一次同次のコブ＝ダグラス型で近似する（規模に対して収穫一定になる）。さらに、可變的（代替的）生産関数を定義する。つまり、資本 K と労働 L は代替可能になる。ハロッド＝ドーマーと全く逆の仮定になる。



2. 均斉成長

均斉成長： $\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta Y}{Y}$ （3つの成長率が等しくなること）

新古典派成長論では、マーケット・メカニズムが働いて、必ず経済成長は均斉成長を達成し、その点は安定的になる。これはハロッド＝ドーマーの結論と全く逆になる。

3. 均斉成長達成のメカニズム

①マクロ生産関数を、一人当たりの生産関数に変形する。

例 $Y = K^{0.5} L^{0.5}$

$Y \div L = K^{0.5} L^{0.5} \div L$

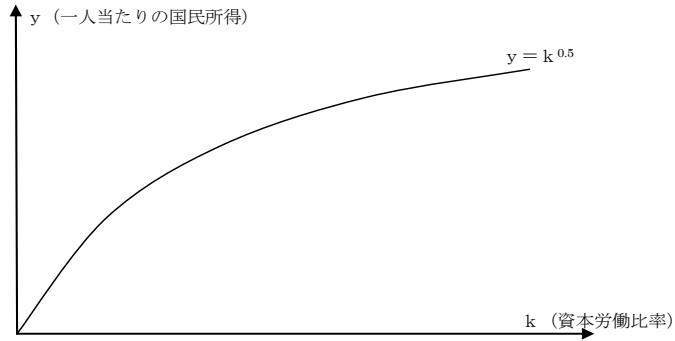
$\frac{Y}{L} = K^{0.5} L^{0.5} \times L^{-1}$

$y = K^{0.5} L^{-0.5}$ $y = \frac{Y}{L}$: 一人当たりの国民所得

$y = \left(\frac{K}{L}\right)^{0.5}$

$y = k^{0.5}$ $k = \frac{K}{L}$: 資本・労働比率（一人当たりの資本、資本装備率）

一人当たりの生産関数を図にする



②均斉成長の条件を求めろ。

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta L}{L} \left(= \frac{\Delta Y}{Y} \right) \quad \left(\frac{\Delta Y}{Y} \text{ は長期的には、人口の成長率} \left(\frac{\Delta L}{L} \right) \text{ に等しくなると考える} \right)$$

$$\frac{I}{K} = n$$

$$\frac{S}{K} = n$$

$$\frac{s Y}{K} = n$$

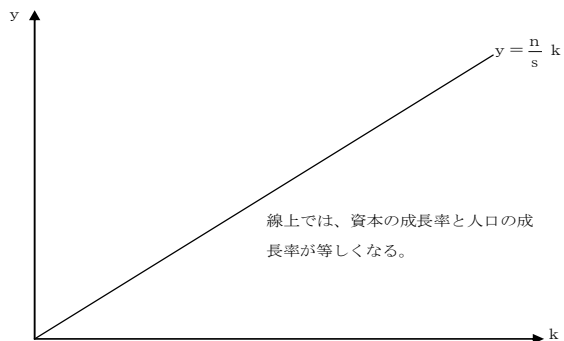
$$\frac{s Y}{K} = n$$

$$\frac{s y}{k} = n$$

$$\frac{s y}{k} = n$$

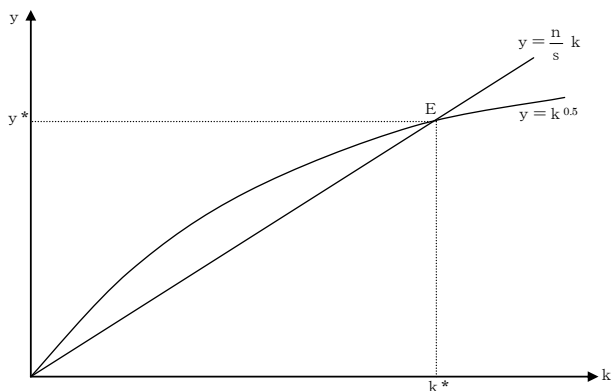
$$s y = nk$$

$$y = \frac{n}{s} k$$



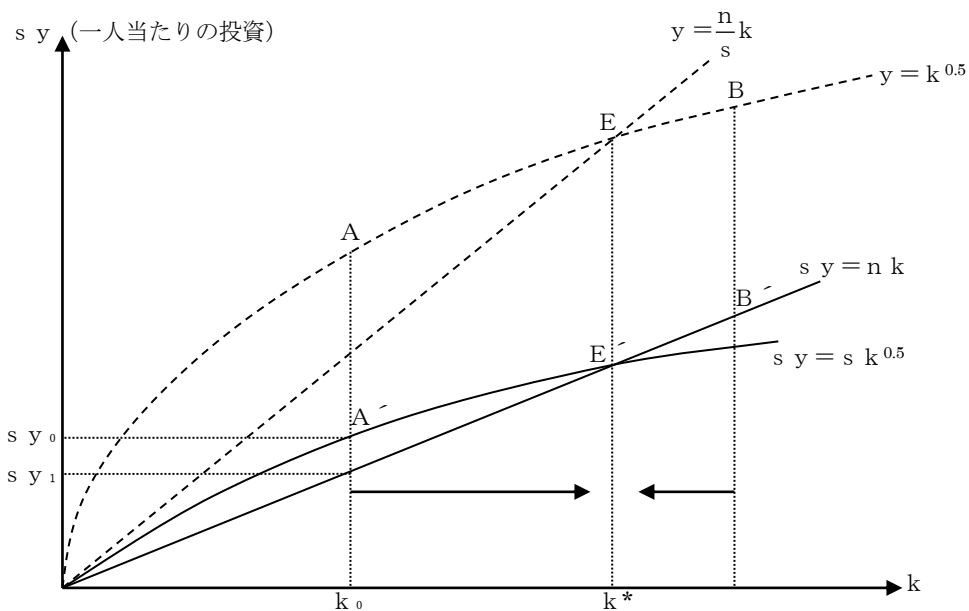
③均斉成長を考える。

その国の経済は、均斉成長 $\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta L}{L} \left(= \frac{\Delta Y}{Y} \right)$ が達成されるE点で均衡し安定する。そのときの国民所得は Y^* 、資本労働比率（一人当たりの資本）は k^* になる。



④均衡点に向かうメカニズムを考える。

縦軸を一人当たりの所得から、 s （貯蓄率）倍して一人当たりの投資 $\left(\frac{I}{L} = \frac{sY}{L} = s y \right)$ に置き換える。



資本労働比率（一人当たりの資本）がAやBの点であってもkの値が動き、必ずE点に収束する。

(i) E点では、kは変化しない。 $0 = s y - n k$ ($s y = n k$)

現実のyと均斉成長が達成される時のyが等しいので、投資は行われない。なお減価償却を考えたモデルでは、減価償却分だけ投資が行われる。

(ii) A点では、kは増加する。 $\Delta k = s y - n k > 0$

A点 (k_0) では、現実のy (y_0) と均斉成長が達成されるy (y_1) が乖離しており、その縦軸の差 ($s y_0 - s y_1$) がその期における一人当たりの投資 (Δk) になる。

(iii) B点では、kは減少する。 $\Delta k = s y - n k < 0$

B点では、現実のyと均斉成長が達成されるyが乖離しており、同様にその縦軸の差がその期における一人当たりの投資 (Δk) になる。

kが変動してk*に向かうため、必ず均斉成長が達成される。

(景気循環)

定常状態である均衡点を考えるとき、縦軸を一人当たりの所得にするか、あるいは一人当たりの貯蓄（一人当たりの投資）にするかは問題の内容に合わせて臨機応変に対応すればよい。つまり、一人当たりの所得について考えなければならない問題の場合は、縦軸を一人当たりの所得にすればよく、一人当たりの貯蓄や投資について考えなければならない場合は、縦軸を一人当たりの貯蓄にすればよい。なお、ソローの原文（1956年）では、縦軸は一人当たりの貯蓄で論じている。

3. 景気循環

景気循環：好況と不況の規則的な反復運動のこと。現実に観測される。

