

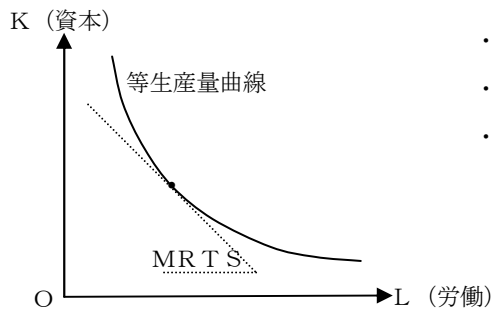
ミクロ経済学（第13回）

担当 橋本 悟

（復習）

1. 2生産要素（資本と労働）の等生産量曲線（生産関数）

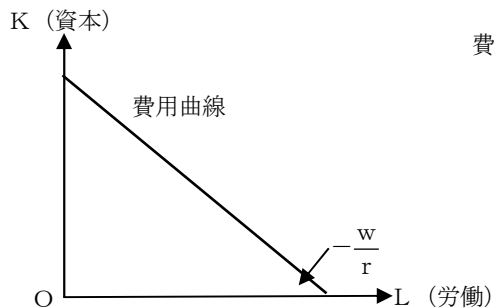
企業は2生産要素（通常は資本と労働）を用いて製品を生産する。



- ・等生産量曲線上では生産量は等しい。
- ・等生産量曲線は右上ほど生産量が多い。
- ・技術的限界代替率（MRTS）とは、KとLの代替の比率のこと。
(等生産量曲線の接線の傾きになる)

2. 2生産要素の費用曲線

費用曲線： $TC = rK + wL$ r ：資本のレンタル料、 K ：資本量、 w ：賃金率、 L ：労働量



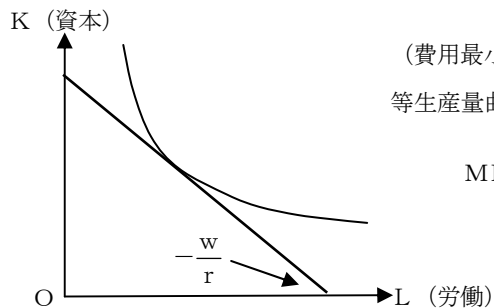
費用曲線を変形する

$$K = -\frac{w}{r}L + \frac{TC}{r} \quad \text{傾き: } \frac{w}{r} \text{、切片: } \frac{TC}{r}$$

(原点に近いほど費用は小さくなる)

3. 費用最小化（2生産要素モデル）

等生産量曲線と費用曲線が接するところで費用が最小化される。



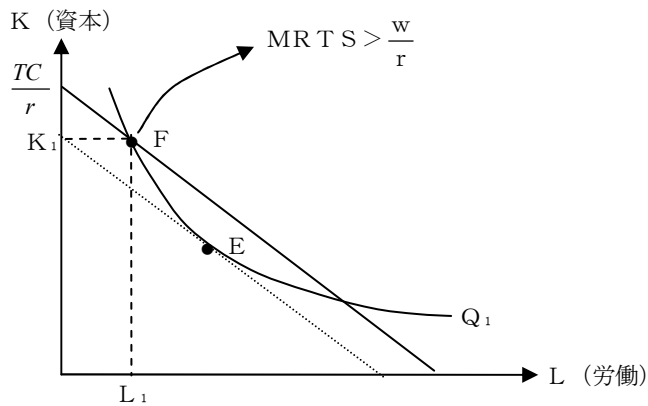
(費用最小化条件)

等生産量曲線の接線の傾き＝費用曲線の傾き

$$MRTS = \frac{w}{r}$$

(参考)

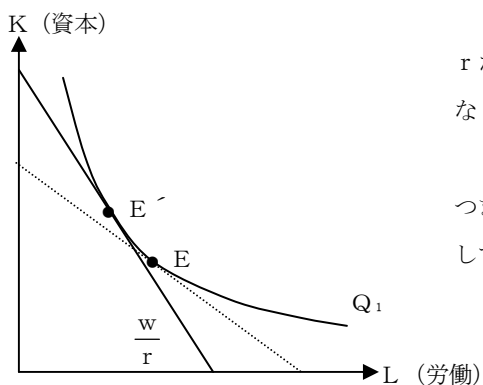
(1) 等生産量曲線と総費用曲線の接点で費用が最小化される理由



もしもE点でなく、F点で生産を行った場合、総費用曲線の傾きは $\frac{w}{r}$ で一定であるため（ w も r も変化していない）、総費用曲線の傾きは変わらない。したがって切片はF点を通る総費用曲線のほうが高くなる。切片の値は $\frac{TC}{r}$ であるため、 r が一定より、F点で生産したほうが総費用 TC は大きくなる。

(2) 要素価格（ r 、 w ）が変化したときの費用最小化点の変化について

r や w が変化すると総費用曲線の傾きが変わるため、費用最小化点も変化する。



r が下落すると総費用曲線の傾きが大きくなり費用最小化点は左に動く。

↓

つまり r が安くなったので、資本を多く使用して、労働を少なくする。

(費用最小化条件)

$$MRTS = \frac{w}{r} \qquad MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} \text{ が成り立つ}$$

↓ (変形する)

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \quad (\text{費用最小化条件})$$

↓ (さらに変形する)

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r} \quad (\text{加重限界生産力均等の法則})$$

(消費者理論の加重限界効用均等の法則と同じ)

資本と労働の限界生産力 (限界生産性)

資本と労働の限界生産力は生産関数をそれぞれ資本、労働で微分すると求められる。

資本の限界生産力：資本を 1 単位増やしたときに、増加する生産量のこと。

生産関数を資本 K で微分すると求められる。

$$MP_K = \frac{\Delta f(K, L)}{\Delta K} \qquad MP_K : \text{資本の限界生産力}$$

労働の限界生産力：労働を 1 単位増やしたときに、増加する生産量のこと。

生産関数を労働 L で微分すると求められる。

$$MP_L = \frac{\Delta f(K, L)}{\Delta L} \qquad MP_L : \text{労働の限界生産力}$$

技術的限界代替率：資本と労働の限界生産力の比になる。

$$MRTS = \frac{\text{労働の限界生産力 (MP}_L\text{)}}{\text{資本の限界生産力 (MP}_K\text{)}} = \frac{\frac{\Delta f(K, L)}{\Delta L}}{\frac{\Delta f(K, L)}{\Delta K}}$$

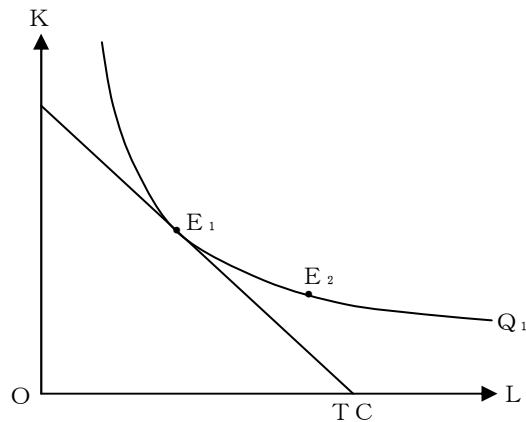
費用最小化条件が成立しても、利潤最大化条件が成立するとは限らないが、双対性アプローチより利潤最大化と費用最小化は等しいとみなしてよい。

双対性アプローチ：利潤最大化がなされているとき、その利潤を所与として逆に費用を考えると、そのときの費用は最小化されていること。

(演習問題 1)

生産要素K、Lを用いて生産物を生産する企業の等生産量曲線Qと等費用曲線TCが以下のように示されている。

$$Q = f(K, L) \quad Q: \text{生産量、} K: \text{資本量、} L: \text{労働量}$$
$$TC = rK + wL \quad r: \text{資本のレンタル料、} w: \text{賃金率}$$



これらに関する記述のうち正しいものに○をつけよ。なお限界代替率は $\frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{\frac{\Delta Q}{\Delta K}}$ で表すものとする。

- 1 () E₁点では、要素価格で割った限界生産力は等しい。
- 2 () 等生産量曲線上では、限界代替率は一定になる。
- 3 () 限界代替率はE₁よりE₂の方が大きい。
- 4 () 賃金率が上昇すると、費用最小化点における労働量は増加する。
- 5 () 資本のレンタル料が上昇しても、費用最小化点における資本量は変わらない。

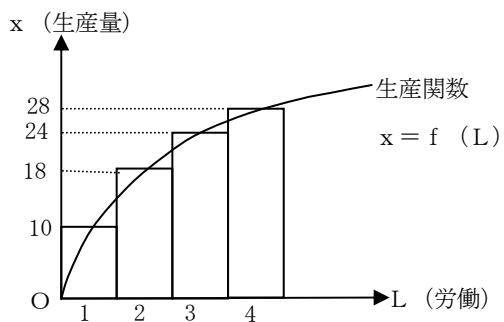
(演習問題 2)

以下の問いに答えよ。

1. 生産関数とは何か？ 2 生産要素（資本 K 、労働 L ）のモデルをベースに簡潔に答えよ。
2. 2 生産要素（資本 K 、労働 L ）のモデルをベースに費用関数を定義せよ。
3. 資本の限界生産性とは何か？
4. 2 生産のモデルを用いて、費用最小化の図を示しながら、費用最小化条件を導出せよ。

(参考) 1 生産要素 {労働} の生産関数

1. 企業は 1 生産要素 (通常は労働) を用いて製品を生産する。



2. 利潤最大化 (図)

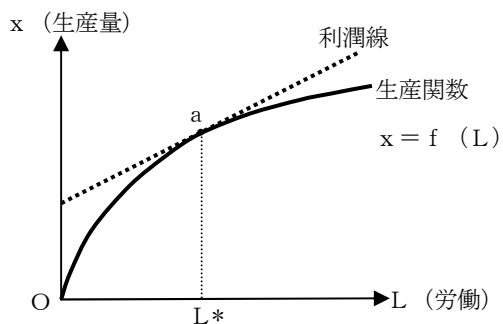
利潤式 (利潤線) を作り、図に書き込む。

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = p \cdot x - wL \quad p: \text{価格}, x: \text{生産量}, w: \text{賃金率}, L: \text{労働量}$$

これを変形する (図の縦軸が x なので、 $x =$ の形にする)。

$$x = \frac{w}{p}L + \frac{\pi}{p} \quad \left(\text{傾き } \frac{w}{p}, \text{ 切片 } \frac{\pi}{p} \text{ となり、} a \text{ 点が利潤最大化点の生産量になる} \right)$$



切片の部分に利潤 π があるので、切片が最も高くなる a 点で利潤が最大化される。つまり L^* の労働者を雇って生産を行ったときに利潤が最大化されることになる。このとき、利潤線と生産関数が接することになる。

(1次同次のコブ=ダグラス型生産関数)

$$Y = AK^a L^{1-a}$$

Y : 生産量、A : 定数、K : 資本、L : 労働、

(特徴)

①規模に対して収穫一定：生産規模をλ倍すると、生産量もλ倍になる。

$$\text{生産関数 } Y = AK^a L^b$$

$a + b = 1 \rightarrow$ 規模に対して収穫不変 (費用不変)

$a + b > 1 \rightarrow$ 規模に対して収穫逓増 (費用低減)

$a + b < 1 \rightarrow$ 規模に対して収穫逓減 (費用逓増)

(指数の部分の合計の値によって収穫が異なる)

②要素分配率は常に一定

資本分配率：a (売上から資本家に利潤として分配される部分)

労働分配率：1 - a (売上から労働者に賃金として分配される部分)

③代替の弾力性が常に1になる。

$$\text{代替の弾力性} = \frac{\frac{\Delta \left(\frac{L}{K} \right)}{\left(\frac{L}{K} \right)}}{\frac{\Delta \left(\frac{w}{r} \right)}{\left(\frac{w}{r} \right)}} = 1$$

④資本と労働の限界生産力は、資本労働比率 $\left(\frac{K}{L} \right)$ の大きさに依存する。

$$\text{資本の限界生産力 : } MPK = \frac{\Delta Y}{\Delta K} = A \times a \times K^{a-1} \times L^{1-a} = A a \left(\frac{L}{K} \right)^{1-a} = A a \left(\frac{K}{L} \right)^a$$

資本を1単位増加させたときに、増加する生産量のこと

$$\text{労働の限界生産力 : } MPL = \frac{\Delta Y}{\Delta L} = A \times K^a \times (1-a) \times L^{-a-1} = A (1-a) \left(\frac{K}{L} \right)^a$$

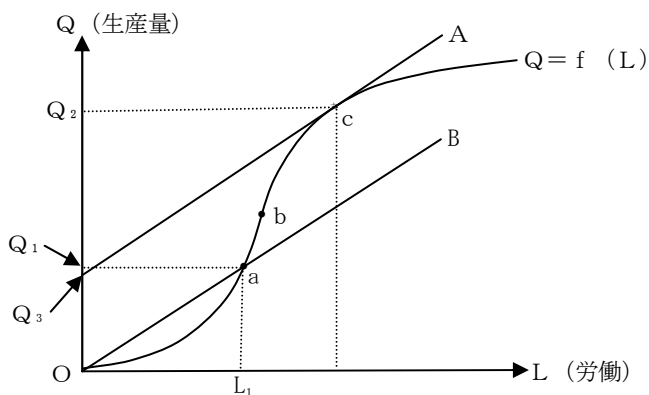
労働を1単位増加させたときに、増加する生産量のこと

(演習問題 3)

労働のみで生産物を生産するある企業の生産関数が、以下のように示されている。

$$Q = f(L) \quad Q: \text{生産量}, L: \text{労働量}$$

この企業が完全競争のもとで行動するとき、次のうち正しいものには○を誤っているものには×をつけなさい。ただし図の直線AおよびBの傾きは $\frac{w}{p}$ (w :賃金率、 p :生産物の価格)であり、b点においては曲線の接線の傾きが最大、c点では直線Aと接しているものとする。



- 1 () この企業の利潤はa点で最大になる。
- 2 () この企業の利潤はb点でゼロになる。
- 3 () この企業の総収入はb点で最大になる。
- 4 () a点における限界生産性は $\frac{Q_1}{L_1}$ で表される。
- 5 () c点における利潤は $p \times Q_3$ で表される。